РЕГИОНАЛЕН ИНСПИКТОРАТ ПО ОБРАЗОВОНИЕТО – БУРГАС
<u>СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС</u>

СЕДЕМНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 30 11 2014 Г.

Тема за единадесети клас

Тест

1. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $(x^2-2x+2)^2=2,$ то стойността на израза $|x_1-x_2|$ е:
а) $\sqrt{\sqrt{2}-1}$; б) $2\sqrt{\sqrt{2}-1}$; в) $\sqrt{\sqrt{2}+1}$; г) $2\sqrt{\sqrt{2}+1}$.

2. Стойността на израза $\sin(\pi\sin\alpha)+\cos(\pi\sin\alpha)$ при $\alpha=\dfrac{2017\pi}{6}$ е:
а) -1; б) 0; в) 1; г) 2.

3. Дефиниционното множество на функцията $f(x)=\sqrt{6-|-x^2+2x-3|}$ е:
а) $[0;2]$; б) $(-1;2)$; в) $[0;3]$; г) $[-1;3]$.

4. Броят на реалните корени на уравнението $\sqrt{4x^2+5}+\sqrt{x^2-1}=3$ е равен на:
а) 2; б) 4; в) 3; г) 0.

5. В тъпоъгълен триъгълник $ABC,$ $AB=7,$ $BC=8,$ $\angle ACB=60^\circ.$ Лицето на триъгълника е:
а) $6\sqrt{3}$; б) $8\sqrt{3}$; в) $10\sqrt{3}$ г) $4\sqrt{3}$.

6. Лицето на ромб със страна $\sqrt{15}$ и сбор на диагоналите $6\sqrt{3}$ е:
а) 24; б) 8; в) 10; г) 12.

7. Сборът от косинусите на ъглите, които са членове на аритметичната прогресия $\dfrac{\pi}{11},\dfrac{2\pi}{11},\dfrac{3\pi}{11}......\dfrac{10\pi}{11}$ е:
а) 1; б) 0; в) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

8. Да се намери сумата S_n на растяща геометрична прогресия, за която $S_3=26$ и $S_6-S_4=81S_2$.

9. Около окръжност е описан правоъгълен трапец с основи a и $b.$ Да се намери лицето на трапеца.

10. Броят на корените на уравнението $\sin(\pi\cos x)=0,$ $x\in[0;2\pi]$ е равен на:

11. В триъгълник ABC $\angle ACB=60^\circ,$ $AC=4,$ $BC=3.$ Дължината на външната ъглополовяща минаваща през върха C е:
а) $\dfrac{12}{7}$; б) $\dfrac{12\sqrt{3}}{7}$; в) 12; г) $12\sqrt{3}$.

12. Точката M е средата на страната CD на ромба $ABCD.$ Ако $AM=3,$ $BM=2,$ то косинусът на острият ъгъл на ромба е:
а) $\dfrac{25}{52}$; б) $\dfrac{27}{52}$; в) $\dfrac{25}{53}$; г) $\dfrac{27}{53}$.

13. За триъгълника ABC със страни $BC=a,$ $AC=b,$ $AB=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{5}}$ и $\angle ACB=\gamma$ е вярно твърдението:

а) $\frac{a}{b} \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ и $\cos\gamma \geq \frac{2}{5}$;   б) $\frac{a}{b} \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ и $\cos\gamma \geq \frac{4}{5}$;

в) $\frac{a}{b} \in (0, \infty)$ и $\cos\gamma \geq \frac{4}{5}$;   г) $\frac{a}{b} \in (0, \infty)$ и $\cos\gamma \geq \frac{2}{5}$.

14. Да се намерят всички функции от вида $f(x) = x^2 + px + q$, графиката на които минава през точката $M(1; 3)$ и най-малката стойност на функцията при $x \in R$ да е равна на $0{,}75$.

15. Да се намерят всички двойки естествени числа $(m; n)$, за които $\begin{vmatrix} C_m^2 + C_n^2 = 21 \\ C_{m+n}^2 = 45 \end{vmatrix}$.

16. Красимир има в джоба си 3 монети от10 ст., 4 монети от 20 ст., 2 монети от 50ст. и 3 монети от 1 лев.Той изважда по случаен начин от джоба си три монети. Вероятноста извадените монети да са на обща стойност 1,20 лв. е:

а) $\frac{11}{120}$;   б) $\frac{13}{1320}$;   в) $\frac{9}{55}$;   г) $\frac{13}{220}$.

17. В успоредник $ABCD$, диагоналите AC и BD са съответно $2\sqrt{3}$ и $2\sqrt{2}$, а ъгъл $ABD = 60^\circ$. Лицето на успоредника е:

а) $2+\sqrt{2}$;   б) $2\sqrt{6}$;   в) $3+\sqrt{3}$;   г) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

18. Спрямо правоъгълна координатна система OXY е взета точка $M\left(x; \frac{1}{x}\right)$, $x > 0$. През точката M е прекарана права която пресича координатните оси в точките A и B така, че $AM = BM$. Най малката дължина на отсечката AB е равна на:

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;   б) 1;   в) $\sqrt{2}$;   г) $2\sqrt{2}$.

19. Върху ъглополовящата на ъгъл $AOB = 60^\circ$ е взета точка M. Права през M пресича OA и OB съответно в точките P и Q. Сумата $\frac{OM}{OP} + \frac{OM}{OQ}$ е равна на:

а) $\sqrt{3}$;   б) 2;   в) $2\sqrt{3}$;   г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Да се намери най-голямото цяло число m, за което уравнението $(x^2 - 3x + 1)^2 - 4(x^2 - 3x) = m$ има четири различни реални решения.

ЗАДАЧА

Докажете, че акоα, β, γ са ъгли на остроъгълен триъгълник то $tg\alpha + tg\beta + tg\gamma = tg\alpha . tg\beta . tg\gamma$ и намерете най-макаta стойност на произведението $tg\alpha . tg\beta . tg\gamma$.

Желаем Ви успех!

1	**б**
2	**в**
3	**г**
4	**а**
5	**а**
6	**г**
7	**б**
8	$S_n = 3^n - 1$
9	$S = ab$
10	5
11	**в-**
12	**а**
13	**б**
14	$f(x) = x^2 + x + 1; f(x) = x^2 - 5x + 7$
15	$(6; 4)$ или $(4; 6)$
16	**г**
17	**в**
18	**г**
19	**а**
20	$m = 10$

Решение на задачата

$tg\alpha = tg(\pi - (\beta + \gamma)) = -tg(\beta + \gamma) = -\dfrac{tg\beta + tg\gamma}{1 - tg\beta . tg\gamma}$ и следователно $tg\alpha + tg\beta + tg\gamma = tg\alpha . tg\beta . tg\gamma$

Тъй като

$tg\alpha . tg\beta . tg\gamma = tg\alpha + tg\beta + tg\gamma \geq 3\sqrt[3]{tg\alpha . tg\beta . tg\gamma} \Leftrightarrow \left(tg\alpha . tg\beta . tg\gamma\right)^3 \geq 27 tg\alpha . tg\beta . tg\gamma \geq\Leftrightarrow \left(tg\alpha . tg\beta . tg\gamma\right)^2 \geq 27 \Leftrightarrow tg\alpha . tg\beta . tg\gamma \geq\Leftrightarrow 3\sqrt{3}.$

Следователно най-малката стойност на $tg\alpha . tg\beta . tg\gamma$ е $3\sqrt{3}$ и тя се достига при $tg\alpha = tg\beta = tg\gamma$ т.е. при равностранен триъгълник.