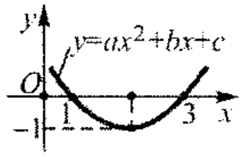
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ОСЕМНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 29.11.2015 г.

Тема за дванадесети клас

ТЕСТ

1. Функцията, чиято графика е построена на чертежа, е:



а) $y=2x^2-8x+6$; б) $y=x^2-4x+3$;
в) $y=-x^2-4x+3$; г) $y=x^2+4x+3$.

2. Броят на корените на уравнението $\log_{(x+1)}(x+7)=3$ е :

а) 0 ; б) 1 ; в) 2; г) 3 .

3. В равнобедрен $\triangle ABC$ $(AC=BC)$ ъгълът при основата е α. Ако $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ и периметърът на триъгълника е 27, то лицето на триъгълника е равно на :

а) 27 ; б) 54 ; в) 45; г) 36 .

4. Решенията на уравнението $\sqrt{2x^2-4x+2}+\sqrt{2x^2+4x+2}=2\sqrt{2}$ са :

а) $x=1$; б) $x=-1$; в) $x=\pm1$; г) $x\in[-1;1]$.

5. Най-малката възможна стойност на израза $P=x^2+8y^2-4xy+2x+8y+5$ е:

а) 7 ; б) $\dfrac{4}{3}$; в) – 5 ; г) $-\dfrac{1}{7}$.

6. Ако $tg\alpha=\dfrac{1}{2}$, то стойността на израза $\dfrac{3\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha+1}{-\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2}$ е равна на:

а) 3 ; б) 5 ; в) 2 ; г) 6.

7. Вероятността, при хвърляне на два зара да **НЕ** се падне чифт, е :

а) $\dfrac{1}{2}$; б) $\dfrac{1}{6}$; в) $\dfrac{5}{6}$; г) $\dfrac{1}{3}$.

8. Ако x_1 и x_2 са реални корени на уравнението $x^2-2ax+a+6=0$, то най-малката стойност на израза $M=x_1^2+x_2(x_1+x_2)$ е равна на :

9. В остроъгълен $\triangle ABC$ са построени височина $CP\left(P\in AB\right)$ и ортоцентър H. Ако $CH=6$, $HP=3$ и $AP:PB=1:3$, да се намери периметъра на $\triangle ABC$.

10. Сумата на първите три члена на растяща геометрична прогресия е $\dfrac{148}{9}$. Да се намерят тези три члена, ако те са съответно първи, четвърти и осми член на аритметична прогресия.

11. Сборът на решенията на уравнението $\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)^x}{\left(\sqrt{2}-1\right)^{\frac{5}{x-1}}}-\left(1+\sqrt{2}\right)^{\frac{x^2-6x}{x-1}}=0$ е :

а) 1 ; б) $\dfrac{5}{2}$; в) $\dfrac{3}{2}$; г) $\dfrac{7}{2}$.

12. За кои стойности на реалния параметър a уравнението $ax^4+(a-2)x^2-4a+1=0$ има четири различни реални корена такива, че един от тях е по-малък от -2, а другите три корена са по-големи от -1?

а) $a\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$; б) $a\in\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$; в) $a\in\left(-\frac{1}{2},0\right)$; г) $a\in\left(0,\frac{1}{4}\right)$.

13. В $\triangle ABC$ медианата $CM\left(M\in AB\right)$ и ъглополовящата $AL\left(L\in BC\right)$ са взаимно перпендикулярни и имат дължини $CM=2\sqrt{5}$ и $AL=\frac{8}{3}$. Периметърът на $\triangle ABC$ е:

а) 16; б) 40; в) 32; г) 20.

14. За кои стойности на параметъра k системата $\begin{vmatrix}\left(k^2-6k+10\right)\left(x^6+1\right)=y+1-|x| \\ x^2+y^2=1\end{vmatrix}$ има единствено решение?

15. В окръжност $\mathrm{k}\left(\mathrm{O},\mathrm{R}\right)$ е вписан триъгълник ABC, на който $\sphericalangle\mathrm{ACB}=30^{\mathrm{o}}$. Окръжност $\mathrm{k}_1\left(\mathrm{O}_1,\mathrm{R}_1\right)$, където $\mathrm{O}_1\in\mathrm{k}$ минава през точките A и C и пресича правата AB в точка Q, такава, че точката A е между Q и B и $\mathrm{QB}=\mathrm{AB}\sqrt{3}$. Да се намерят ъглите на триъгълника.

16. А ко $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{4};\pi\right)$ и $2\cos^2\alpha-9\sin\alpha.\cos\alpha-4=0$, то $\sin 2\alpha$ е равен на:

а) $-\frac{8}{17}$; б) $-\frac{4}{5}$; в) $-\frac{8}{17}$ и $-\frac{4}{5}$; г) $-\frac{4}{17}$.

17. Решенията на неравенството $3\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+3}-2\right)>2\left(x+\sqrt{x^2+4x+3}\right)$ са :

а) $x\in\left(1,2\right)$; б) $x\in\left[-1,-\frac{3}{4}\right)$; в) $x\in\varnothing$; г) $x\in\left[-\frac{3}{4};0\right)$.

18. В $\triangle ABC\left(\sphericalangle C=90^\circ\right)$ е построена височината $CH\left(H\in AB\right)$, която е диаметър на окръжност k. Построени са допирателните AT и BP към окръжността k, които се пресичат в точка F. Ако $AB=15$, то дължината на FT е равна на :

а) 10; б) 12; в) 9; г) 5.

19. В остроъгълния триъгълник ABC височината AH, медианата BE и ъглополовящата CL от върха C се пресичат в точка O. Ако $\mathrm{OE}=2.\mathrm{OC}$ намерете $\cos\sphericalangle\mathrm{ACB}$.

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{7}$; г) $\frac{1}{7}$.

20. В $\triangle ABC$ е вписана окръжност, допираща се до страните AC, AB и BC съответно в точките L, M и K. В $\triangle LKM$ са построени височините $LP\left(P\in KM\right)$ и $KQ\left(Q\in LM\right)$. Да се намери лицето на $\triangle ABC$, ако $\sphericalangle ACB=60^\circ$ и $PQ=MB=1$.

<u>ЗАДАЧА</u>

Нека x,y и z са положителни числа и $xyz=1$. Да се докаже, че $(2+x)(2+y)(2+z)\geq 27$.

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта **www.chudotvorets2015.blogspot.bg**, а закриването на състезанието е на **6.12.2015 г.** от **14:30** ч. в ОУ "Бр. Миладинови" – Бургас.

11 клас

Отговори:

1. Б
2. Б
3. А
4. Г
5. В
6. В
7. В
8. 12
9. $9\sqrt{2}+3\sqrt{10}+12$

10. $4, \frac{16}{3}, \frac{64}{9}$
11. Г
12. Г
13. А
14. $k=2 \cup k=4$
15. $\sphericalangle BAC = 60^{o}$, $\sphericalangle ABC = 90^{o}$ и $\sphericalangle ACB = 30^{o}$ или $\sphericalangle BAC = 120^{o}$ и $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = 30^{o}$

16. А
17. Б
18. Г
19. Г
20. $6\sqrt{3}$

Решение на задачата:

От неравенството на Коши между средно аритметично и средно геометрично на положителни числа

$$2+x=1+1+x \geq 3\sqrt[3]{x}, \quad 2+y=1+1+y \geq 3\sqrt[3]{y}, \quad 2+z=1+1+z \geq 3\sqrt[3]{z} .$$

След почленно умножаване на тези неравенства и от условието $xyz=1$, следва твърдението в задачата.