

ДВАДЕСЕТ И ВТОРО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 24.11.2019 г.

Тема за десети клас

На задачи от 1. до 15. включително запишете буквата на избория от вас отговор в бланката за отговори.

1. Стойността на израза $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(-2)^2}$ е:

- А) $\sqrt{5} + 4$ Б) $4 - \sqrt{5}$ В) $\sqrt{5}$ Г) $-\sqrt{5}$

2. Броят на решенията на уравнението $\frac{x^3 - 9x}{x + 3} = 0$ е:

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

3. Два различни отрицателни корена има уравнението:

- А) $2x^2 + 3x + 5 = 0$ Б) $-9x^2 - 12x - 4 = 0$ В) $4x^2 + 7x + 2 = 0$ Г) $-2x^2 + x + 5 = 0$

4. Стойността на израза $\left(1 + \frac{x^{-n} + y^{-n}}{x^{-n} - y^{-n}}\right)^{-2}$ при $x = 3$, $y = 0,75$ и $n = 2$ е:

- А) $\frac{225}{4}$ Б) $\frac{4}{225}$ В) $\frac{15}{2}$ Г) $\frac{2}{15}$

5. Ако $x_1 < x_2$ са корени на уравнението $-x^2 + 9x - 4 = 0$, то стойността на израза $A = \frac{\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}}$ е:

- А) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ Б) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ В) $\frac{3}{2}$ Г) $-\frac{3}{2}$

6. В една томбола има общо 50 билета, от които 10 са печеливши. Каква е вероятността от 3 случайно изтеглени билета точно 2 да са печеливши?

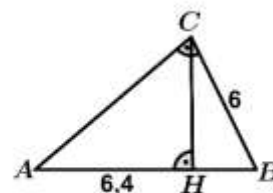
- А) $\frac{9}{49}$ Б) $\frac{9}{98}$ В) $\frac{10}{99}$ Г) $\frac{8}{49}$

7. Допустимите стойности на израза $M = \frac{x-4}{\sqrt{x-3}-2} + \sqrt{10x-x^2-9}$ са:

- А) $x \in [3;7) \cup (7;9]$ Б) $x \in [4;7) \cup (7;9]$ В) $x \in (3;7) \cup (7;9]$ Г) $x \in [9; +\infty)$

8. В правоъгълен $\triangle ABC$ CH е височина към хипотенузата AB . Ако $AH = 6,4$ cm и $BC = 6$ cm, радиусът на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност е:

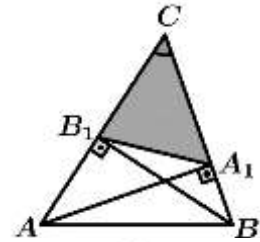
- А) 1 cm Б) 2 cm В) 2,6 cm Г) 2,4 cm



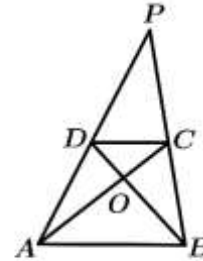
9. След опростяване изразът $A = \frac{1 - 2 \sin(90^\circ - \alpha) \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ е равен на:

- А) $2 \sin \alpha$ Б) $\sin \alpha - \cos \alpha$ В) $\sin \alpha + \cos \alpha$ Г) $2 \cos \alpha$

10. В остроъгълен $\triangle ABC$ са построени височините AA_1 и BB_1 . Ако лицето на $\triangle ABC$ е 48 cm^2 и $\sphericalangle ACB = 45^\circ$, лицето на $\triangle A_1B_1C$ е:
 А) 20 cm^2 Б) 12 cm^2 В) 24 cm^2 Г) 16 cm^2



11. Продълженията на бедрата AD и BC на трапеца $ABCD$ се пресичат в точка P , а диагоналите AC и BD се пресичат в точка O . Ако $CO:OA=3:5$, то отношението $PD:DA$ е равно на:
 А) 3:5 Б) 3:8 В) 2:3 Г) 3:2

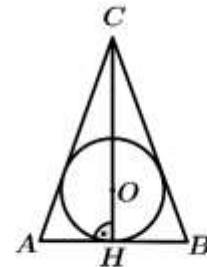


12. Аритметична прогресия има 8 члена. Първият е 9, а последният е 30. Друга аритметична прогресия има първи член 23 и последен член 3. Третите членове на двете прогресии са равни. Броят на членовете на втората прогресия е:
 А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 9

13. Височината към основата и радиусът на вписаната окръжност на равнобедрен триъгълник са съответно 12 cm и $3\frac{1}{3} \text{ cm}$. Лицето на триъгълника е:

- А) 120 cm^2 Б) 30 cm^2 В) 40 cm^2 Г) 60 cm^2

14. Стопанин иска да засади една до друга 5 лехи с домати, пипер, моркови, краставици и тиквички. По колко начина може да направи това, ако краставиците и тиквичките не могат да са едни до други?
 А) 72 Б) 120 В) 96 Г) 24



15. Стойностите на параметъра a , за които неравенството $\frac{ax^2 - 4ax + 5a + 1}{x^2 - 2x + 2} \leq 1$ е изпълнено за всяко реално число, са:

- А) $a \in (-\infty; 1)$ Б) $a \in [0; 2]$ В) $a \in (-\infty; 0]$ Г) $a \in [0; 1)$

На задачи 16. и 17. представете решение с необходимите обосновки.

16. Дадена е квадратната функция $f(x) = x^2 - 6x - 1$.

А) Намерете най-голямата стойност и най-малката стойност на $f(x)$ в интервала $[-2; 1]$.

Б) Решете уравнението $\sqrt{x^2 - 6x - 1} - \sqrt{2x^2 - 12x - 9} = 1$.

17. Даден е разностранен $\triangle ABC$ с ортоцентър H и $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. Продълженията на височините AA_1 и CC_1 пресичат описаната около триъгълника окръжност k съответно в точки A_2 и C_2 .

А) Докажете, че точка A_2 е симетрична на точка H относно правата BC .

Б) Докажете, че AC_2A_2C е равнобедрен трапец и намерете лицето му, ако $AH = a$ и $CH = c$.

Желаем Ви успех!