

ДВАДЕСЕТ И ПЪРВО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 25.11.2018 г.Тема за дванадесети клас
Първи модул

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1 до 20 включително отбележете в листа за отговори!

1. От посочените редици геометрична прогресия е:

- а) 5; 10; 15; б)
- $\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{81}$
- ; в)
- $\sqrt{2}+1; 1; \sqrt{2}-1$
- ; г)
- $\sqrt{3}; 2\sqrt{3}; 3\sqrt{3}$
- .

2. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ е:

- а)
- $x < 2$
- ; б)
- $-2 \leq x \leq 2$
- ; в)
- $x < -2$
- ; г)
- $x < \pm 2$
- .

3. За корените x_1 и x_2 на квадратно уравнение е изпълнено $x_1 + x_2 = 5$ и $x_1^2 + x_2^2 = 15$. Уравнението е:

- а)
- $x^2 - 5x + 5 = 0$
- ; б)
- $x^2 - 5x + 3 = 0$
- ; в)
- $x^2 - 5x + 2 = 0$
- ; г)
- $x^2 - 5x + 1 = 0$
- .

4. Ако $\sin 2\alpha = \frac{1}{3}$, то стойността на израза $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cot} \alpha$ е равна на:

- а) 3; б) 6; в) 5; г) 4.

5. Произведението от корените на уравнението $x^2 - 6|x| + 8 = 0$ е:

- а) 64; б) -16; в) 4; г) 8.

6. Дадена е извадката {4; 1; 13; 4; 12; 11; x; 12}. Ако медианата на извадката е 10, то стойността на x е:

- а) 10; б) 8; в) 11; г) 9.

7. В група от 27 ученика 16 владеят немски език, а 20 английски език. Вероятността случайно избран ученик от групата да владее и двата езика е:

- а)
- $\frac{1}{3}$
- ; б)
- $\frac{3}{4}$
- ; в)
- $\frac{1}{2}$
- ; г)
- $\frac{2}{3}$
- .

8. Ако $\lg 5 = a$ и $\lg 3 = b$, то $\log_{30} 8 \cdot 10^{\lg(1+b)}$ е равен на:

- а)
- $\frac{1-a}{3(1+b)}$
- ; б)
- $\frac{3(1-a)}{1-b}$
- ; в)
- $\frac{1-a}{1+b}$
- ; г)
- $3(1-a)$
- .

9. Ако $x + x^{-1} = 3$, то стойността на израза $\frac{x^4 + x^{-4}}{x^3 + x^{-3}}$ е равна на:

- а)
- $\frac{49}{18}$
- ; б)
- $\frac{47}{16}$
- ; в)
- $\frac{74}{17}$
- ; г)
- $\frac{47}{18}$
- .

10. Сумата на три различни числа, които образуват геометрична прогресия, е 78. Те могат да се разглеждат като първи, трети и девети членове на аритметична прогресия. Средноаритметичното на числата е:

- а) 78; б) 26; в) 28; г) 76.

11. В триъгълник ABC точката M лежи на страната AB така, че $AM : MB = 3 : 2$, а точката N е върху отсечката CM , като $CN : NM = 5 : 2$. Правата AN пресича страната BC в точка P . Отношението $CP : PB$ е равно на:

- а) 2 : 3; б) 3 : 2; в) 5 : 2; г) 5 : 3.

12. Колко прави могат да се построят през 8 точки, никои три от които не лежат на една права?

- а) 28; б) 48; в) 56; г) 72.

13. Ако е дадено, че $4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x} = \frac{17}{4}$, то стойността на израза $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$ е:

- а) $\frac{\sqrt{31}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{33}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{34}}{2}$; г) $\frac{\sqrt{35}}{2}$.

14. Разстоянието от върха на параболата $y = x^2 + 4x + 7$ до правата с уравнение $2y - 3x = 6$ е:

- а) $\frac{5\sqrt{11}}{11}$; б) $\frac{5\sqrt{17}}{17}$; в) $\frac{6\sqrt{13}}{13}$; г) $\frac{9\sqrt{13}}{13}$.

15. Ако $(x_0; y_0)$ е решение на системата $\begin{cases} 2x^2 + 3xy + y^2 = 15 \\ x^2 - 4xy + 9y^2 = 5 \end{cases}$, то отношението $\frac{x_0}{y_0}$ е:

- а) 13 или 2; б) -13 или -2; в) 13 или -2; г) -13 или 2

16. Числото $\sin 18^\circ - \sin 54^\circ$ е равно на:

- а) $-\frac{2}{3}$; б) $-\frac{1}{4}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) $-\frac{1}{2}$.

17. В равнобедрен трапец $ABCD$ с основи $AB = 6$ cm, $CD = 4$ cm и $\sphericalangle BAD = 45^\circ$. Лицето на трапеца и радиуса на описаната около него окръжност са съответно равни на:

- а) 2 cm², $\sqrt{11}$ cm; б) 5 cm², $\sqrt{13}$ cm; в) 5 cm², 5 cm; г) $2\sqrt{2}$ cm², 3 cm.

18. Ъгълът между най-дългата височина и вътрешната ъглополовяща от същия връх на триъгълник с дължини на страните 7 cm, 15 cm и 20 cm, е:

- а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{\pi}{12}$; г) $\frac{\pi}{3}$.

19. $ABCD$ е квадрат със страна 6, а точките M и P са среди съответно на страните CD и AD . Ако O е пресечната точка на AM и BP , то дължината на OB е равна на:

- а) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$; б) $\frac{12}{5}$; в) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$; г) $\frac{6}{5}$.

20. Лицето на $\square ABC$ със страна $AB = 2$, медиана $CM = 3$ и $\sphericalangle ACB = 45^\circ$ е:

- а) 8; б) 12; в) 4; г) 6.

Втори модул

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21 до 25 включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Ъглите A , B и C на $\triangle ABC$, в този ред, образуват аритметична прогресия. Ако радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е $\sqrt{7}$, то разстоянието от върха B до пресечната точка на ъглополовящите на $\triangle ABC$ е:
22. Решенията на уравнението $\sqrt{x^2 - 4x + 1} = x^2 + 2x - 1$ са:
23. Страните на $\triangle ABC$ имат дължини $AB=6$, $AC=3$, $BC=5$. Намерете разстоянието от медицентъра на триъгълника до височината през върха C .
24. По колко начина могат да се подредят в редица 5 неразличими бели пешки и 5 неразличими черни пешки?
25. В правоъгълен трапец с основи 4 и 9 диагоналите d_1 и d_2 , ($d_1 > d_2$) са перпендикулярни. Отношението $\frac{d_1}{d_2}$ е равно на:

Пълните решения с необходимата обосновка на задачите от 26 до 28 включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които неравенството $|x^2 - ax + 1| < 3(x^2 + x + 1)$ е вярно за всяка реална стойност на x .
27. Азбука се състои от 13 съгласни и 8 гласни букви. Колко различни петбуквени думи могат да се съставят, ако в думите няма повтарящи се букви и всяка от думите се състои от 3 съгласни и 2 гласни букви?
28. Точката T лежи на страната AB на успоредника $ABCD$ и правата CT пресича правата DA в точка K . Ако лицата на $\triangle KDC$ и $\triangle BTC$ са съответно равни на 8 и 1, намерете лицето на успоредника $ABCD$.

Желаем Ви успех!

Закриването на състезанието е на **6.12.2016 г.** от **14:30 ч.** в Морско казино, зала „Георги Баев” – Бургас.

Бланка за отговори

Име.....

Училище.....

№ на задачата	Отговори			
	а	б	в	г
1	а	б	в	г
2	а	б	в	г
3	а	б	в	г
4	а	б	в	г
5	а	б	в	г
6	а	б	в	г
7	а	б	в	г
8	а	б	в	г
9	а	б	в	г
10	а	б	в	г
11	а	б	в	г
12	а	б	в	г
13	а	б	в	г
14	а	б	в	г
15	а	б	в	г
16	а	б	в	г
17	а	б	в	г
18	а	б	в	г
19	а	б	в	г
20	а	б	в	г
21				
22				
23				
24				
25				